LEMBAR KERJA SISWA — MODUL 1

Kombinatorika & Teknik *Counting* untuk OSN-K Informatika

Bimbingan OSN Informatika — Universitas Bengkulu | Tanpa Kalkulator & Tanpa Koding

Petunjuk Pengerjaan & Identitas Siswa

Nama: _____ **Sekolah:** _____ **Waktu:** 75 Menit

- Lembar kerja ini disusun bertahap mengikuti **Taksonomi Bloom (C1–C6)** dan dirancang menyerupai standar **OSN-K Informatika aktual** (didominasi *isian singkat bilangan bulat* dan analisis kesalahan).
- **Dilarang menggunakan kalkulator atau komputer.** Tuliskan langkah berpikir Anda secara sistematis agar mudah dievaluasi pada sesi *Error Log*.
- **Tips OSN-K:** Jika ragu, uji rumus Anda pada kasus kecil ($n = 2, 3$) atau verifikasi menggunakan metode kedua!

Bagian 1: Fondasi & Pemahaman Konsep (C1 – C2)

Soal 1. C1 – Mengingat **Identifikasi Strategi *Counting***

Untuk setiap skenario berikut, tuliskan **nama teknik kombinatorika paling tepat** (*Casework*, *Complementary Counting*, *Stars and Bars*, Prinsip Inklusi–Eksklusi, atau *Pigeonhole Principle*):

(a) Membagikan 20 pensil **identik** ke 5 siswa sehingga setiap siswa mendapat minimal 1 pensil: _____

(b) Menentukan banyak bilangan dari 1 sampai 500 yang tidak habis dibagi 2, 3, maupun 7: _____

(c) Menentukan jumlah minimum bola yang harus diambil dari kantong berisi 4 warna bola agar **pasti** terambil 3 bola berwarna sama: _____

(d) Menghitung banyak susunan 5 orang berbeda di mana dua orang tertentu **tidak** duduk berdampingan: _____

Soal 2. C2 – Memahami **Mendeteksi Jebakan *Double Counting***

Dari 4 siswa kelas XII dan 5 siswa kelas XI, akan dipilih sebuah tim beranggotakan 3 orang yang harus memuat **minimal 1 siswa kelas XII**. Seorang siswa mencoba menghitungnya sebagai berikut:

> *"Pertama pilih 1 siswa kelas XII ($\binom{4}{1} = 4$ cara), lalu pilih 2 siswa lagi dari 8 siswa yang tersisa ($\binom{8}{2} = 28$ cara). Jadi totalnya $4 \times 28 = 112$ tim."*

(a) Jelaskan secara konkret mengapa jawaban 112 **salah** (berikan satu contoh tim yang terhitung lebih dari sekali)!

(b) Hitung jumlah tim yang **benar** menggunakan *Complementary Counting*.

Jawaban Akhir:

Bagian 2: Penerapan Teknik Inti OSN-K (C3)

Soal 3. C3 – Menerapkan | Isian Singkat **Bilangan Ganjil 4 Digit (*Casework*)**
Berapa banyak **bilangan ganjil 4 digit** dengan **semua digit berbeda** yang dapat dibentuk menggunakan angka-angka dari himpunan $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$? (Ingat: digit paling depan tidak boleh 0.)

Jawaban Akhir:

Soal 4. C3 – Menerapkan | Isian Singkat **Formasi Foto Tanpa Berdampingan**
Sebanyak 7 siswa berbeda—terdiri dari 4 siswa asal Bengkulu dan 3 siswa asal luar Bengkulu—akan berfoto dalam satu baris lurus. Berapa banyak formasi berbeda yang mungkin terjadi sehingga **tidak ada dua siswa asal luar Bengkulu yang berdiri bersebelahan**?

Jawaban Akhir:

Soal 5. C3 – Menerapkan | Isian Singkat **Distribusi Modul Belajar (*Stars and Bars*)**
Tim pembina OSN akan membagikan **15 modul soal identik** kepada 4 kelompok belajar (A, B, C, D). Kelompok A wajib menerima minimal 3 modul, kelompok B minimal 2 modul, sedangkan kelompok C dan D masing-masing minimal 1 modul. Berapa banyak cara pembagian yang berbeda?

Jawaban Akhir:

Soal 6. C3 – Menerapkan | Isian Singkat **Kelipatan Bersyarat (Inklusi–Eksklusi)**
Berapa banyak bilangan bulat positif dari 1 sampai 200 (inklusif) yang **habis dibagi 3 atau habis dibagi 5**, tetapi **tidak habis dibagi 7**?

Jawaban Akhir:

Bagian 3: Analisis Mendalam — Standar OSN-K Aktual (C4)

Soal 7. C4 – Menganalisis | Isian Singkat **Persamaan Bulat dengan Batas Bawah & Atas**
Tentukan banyaknya pasangan terurut bilangan bulat (x, y, z) yang memenuhi persamaan:

$$x + y + z = 14$$

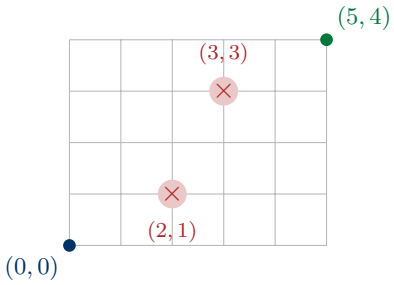
dengan syarat $1 \le x \le 6$, $1 \le y \le 6$, dan $1 \le z \le 6$.
(Petunjuk: Lakukan substitusi batas bawah terlebih dahulu, lalu gunakan PIE atau trik simetri!)

Jawaban Akhir:

Soal 8. C4 – Menganalisis | Isian Singkat **Keterbagian Terjamin (*Pigeonhole Principle*)**
Diberikan himpunan bilangan $S = \{1, 2, 3, \ldots, 30\}$. Berapa banyak bilangan **minimal** yang harus diambil dari S agar **dijamin selalu terdapat dua bilangan a dan b di antara yang terambil sedemikian sehingga a habis membagi b**?
(Petunjuk: Setiap bilangan bulat positif dapat ditulis unik sebagai $2^k \cdot m$ dengan m ganjil. Gunakan m sebagai "sarang"!)

Jawaban Akhir:

Soal 9. C4 – Menganalisis | Isian Singkat **Jalur Grid dengan Dua Rintangan**
Seorang siswa bergerak pada papan grid dari titik $(0, 0)$ menuju titik $(5, 4)$. Pada setiap langkah, ia hanya boleh bergerak 1 satuan ke **Kanan** atau 1 satuan ke **Atas**. Jika titik $(2, 1)$ dan $(3, 3)$ rusak dan **tidak boleh dilewati**, berapa banyak jalur valid berbeda yang tersedia?



Jawaban Akhir:

Bagian 4: Evaluasi & Kreasi Strategi (C5 – C6)

Soal 10. C5 – Mengevaluasi **String Biner Tanpa `"11"`: *Casework* vs. Rekurensi**

Tentukan banyaknya string biner (tersusun atas karakter `0` dan `1`) dengan panjang $N = 8$ yang **tidak mengandung dua karakter `1` yang bersebelahan** (tidak ada substring `"11"`).

(a) Hitung jawabannya untuk $N = 8$ (pilih salah satu: metode *Casework* banyaknya angka `1`, atau relasi rekurensi $f(n)$).

(b) Evaluasi kedua metode tersebut: jika pada soal ujian panjang string dinaikkan menjadi $N = 12$, metode manakah yang lebih aman dan cepat dikerjakan tanpa kalkulator? Jelaskan alasan Anda!

Jawaban Akhir:

Soal 11. C5 – Mengevaluasi **Audit Bukti *Counting* (Soal Sepatu OSN-K)**

Soal: Terdapat 5 pasang sepatu berbeda (total 10 sepatu: kiri dan kanan). Berapa cara memilih 4 sepatu sehingga terdapat **tepat satu pasang** sepatu yang cocok?

Dua siswa mengajukan solusi berikut:

- **Siswa A:** Pilih 1 pasang cocok ($\binom{5}{1}$), lalu pilih 2 sepatu bebas dari 8 sepatu tersisa ($\binom{8}{2}$) $\implies 5 \times 28 = 140$.
- **Siswa B:** Pilih 1 pasang cocok ($\binom{5}{1}$), lalu pilih 2 pasang berbeda dari 4 pasang tersisa ($\binom{4}{2}$), dan dari masing-masing pasang pilih kiri atau kanan (2×2) $\implies 5 \times 6 \times 4 = 120$.

Evaluasi kedua solusi di atas! Siapa yang benar, kejadian spesifik apa yang salah dihitung oleh siswa yang keliru, dan jelaskan selisih $140 - 120 = 20$ secara matematis!

Soal 12. C6 – Menciptakan **Merancang Model Rekurensi & Soal Orisinal OSN-K**

(a) **Konstruksi Model:** Sebuah robot di kampus Universitas Bengkulu menaiki tangga setinggi N anak tangga. Dalam sekali langkah, robot dapat naik **1**, **2**, atau **3** anak tangga sekaligus, tetapi karena batas daya motor, robot **tidak boleh mengambil langkah 3 anak tangga dua kali berturut-turut**.
Rancanglah definisi *state* dan relasi rekurensi (misalkan memisahkan $A(n)$ dan $B(n)$) untuk menghitung banyak cara mencapai tangga ke-n, lalu hitung nilai eksaknya untuk $n = 6$!

(b) **Kreasi Soal:** Buatlah **1 soal orisinal bertipe OSN-K** (isian singkat) yang memanfaatkan *Complementary Counting* atau *Pigeonhole Principle* dengan konteks sekolah/daerah Anda, lengkap dengan jawaban eksaknya!

"Di OSN-K, akurasi mengalahkan kecepatan: 1 jawaban eksak yang diverifikasi dua cara bernilai jauh lebih tinggi daripada 3 tebakan tergesa-gesa."