LEMBAR KERJA SISWA — MODUL 2

Logika, Invarian, Paritas, & Teori Permainan (OSN-K)

Bimbingan OSN Informatika — Universitas Bengkulu | Tanpa Kalkulator & Tanpa Koding

Petunjuk Pengerjaan & Identitas Siswa

Nama: _____ **Sekolah:** _____ **Waktu:** 75 Menit

- Soal disusun bertahap sesuai **Taksonomi Bloom (C1–C6)** dan mencerminkan pola soal penalaran **OSN-K Informatika aktual**.
- Untuk soal permainan, jangan menebak pola terlalu cepat—lakukan *Backward Induction* minimal sampai $n = 10$ atau hingga periode terlihat jelas!

Bagian 1: Fondasi & Pemahaman Konsep (C1 – C2)

Soal 1. C1 – Mengingat **Negasi, Kontraposisi, & Identifikasi Strategi**

(a) Tuliskan **kontraposisi** dari pernyataan: *"Jika semua soal kombinatorika dikerjakan dengan benar, maka Budi lolos OSN-K."*

(b) Cocokkan skenario berikut dengan teknik paling tepat (*Invarian*, *Monovarian*, *Backward Induction*, atau *Strategi Simetri*):

- Membuktikan suatu algoritma pengurutan pasti berhenti: _____
- Membuktikan susunan akhir lampu tidak mungkin tercapai: _____
- Menentukan pemenang pada meja bundar dengan koin identik: _____

Soal 2. C2 – Memahami **Jalur Tertutup pada Papan 5×5 (Invarian Paritas)**

Sebuah papan berukuran 5×5 terdiri dari 25 sel. Seekor robot hanya dapat berpindah ke sel tetangga secara ortogonal (atas, bawah, kiri, atau kanan). Jelaskan menggunakan **pewarnaan catur (paritas)** mengapa robot **tidak mungkin** mengunjungi seluruh 25 sel tepat satu kali lalu kembali ke sel awalnya!

Bagian 2: Penerapan Teknik Inti OSN-K (C3)

Soal 3. C3 – Menerapkan Isian Singkat **Deduksi Seleksi OSN**

Lima siswa (A, B, C, D, E) mengikuti seleksi tim sekolah, dan tepat **2 orang** yang lolos. Keempat pernyataan logika berikut semuanya **BENAR**:

(i) Jika A lolos, maka B juga lolos.

(ii) Jika B lolos, maka C tidak lolos.

(iii) D lolos jika dan hanya jika E lolos.

(iv) Jika C tidak lolos, maka D tidak lolos.

Siapakah **2 siswa** yang pasti lolos?

Jawaban Akhir:

Soal 4. C3 – Menerapkan Isian Singkat **Angka Terakhir di Papan Tulis (Invarian)**

Di papan tulis tertulis 25 bilangan bulat: $1, 2, 3, \ldots, 25$. Pada setiap langkah, kamu memilih sembarang dua bilangan a dan b, menghapus keduanya, lalu menuliskan satu bilangan baru bernilai $a + b - 1$. Setelah 24 langkah, tersisa tepat 1 bilangan di papan. Berapakah nilai bilangan terakhir tersebut?

Jawaban Akhir:

Soal 5. C3 – Menerapkan Isian Singkat **Permainan Pengambilan Batu** $\{1, 3, 4\}$

Terdapat **50 batu** di atas meja. Pemain 1 dan Pemain 2 bergantian mengambil tepat **1, 3, atau 4 batu** (tidak boleh mengambil 2 batu). Pemain yang mengambil batu terakhir **MENANG**.

(a) Tentukan posisi kalah (L) untuk $0 \leq n \leq 12$ dan temukan periodenya!

(b) Untuk $N = 50$, siapa yang menang dengan strategi optimal, dan berapa batu yang harus diambil Pemain 1 pada langkah pertama? (Tulis `0` jika Pemain 2 menang.)

Jawaban Akhir:

Soal 6. C3 – Menerapkan Isian Singkat **Permainan Nim 4 Tumpukan**

Dalam permainan Nim standar, terdapat 4 tumpukan batu berisi (6, 9, 12, 15) batu. Pemain yang mengambil batu terakhir **MENANG**. Hitung nilai *Nim-sum* awal, lalu tentukan jumlah batu **minimal** yang harus diambil Pemain 1 pada langkah pertama agar pasti menang (dan sebutkan dari tumpukan mana)!

Jawaban Akhir:

Bagian 3: Analisis Mendalam — Standar OSN-K Aktual (C4)

Soal 7. C4 – Menganalisis **Pulau Bunglon (Invarian Modulo 3)**

Di sebuah pulau terdapat **13 bunglon merah**, **15 bunglon hijau**, dan **17 bunglon biru**. Setiap kali dua bunglon berbeda warna bertemu, keduanya berubah warna menjadi warna ketiga (mis. 1 merah + 1 hijau → 2 biru).

(a) Buktikan dengan invarian modulo 3 apakah mungkin seluruh 45 bunglon akhirnya berwarna sama!

(b) Jika kamu boleh menambah tepat **1 bunglon baru** di awal, warna apa yang harus dipilih agar seluruh 46 bunglon **mungkin menjadi warna merah semua**?

Jawaban Akhir:

Soal 8. C4 – Menganalisis **Papan 5×5 dan Ubin 1×3 (Pewarnaan 3 Warna)**

Papan 5×5 (baris $r \in \{1..5\}$, kolom $c \in \{1..5\}$) dibuang tepat **1 sel** sehingga tersisa 24 sel, lalu akan ditutup sempurna oleh **8 ubin lurus** 1×3 (horizontal atau vertikal).

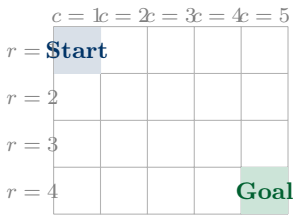
(a) Dengan mewarnai sel (r, c) menurut $(r + c) \bmod 3$, buktikan bahwa jika sel sudut $(1, 1)$ yang dibuang, penutupan **mustahil** dilakukan!

(b) Dengan menggabungkan pewarnaan $(r + c) \bmod 3$ dan $(r - c) \bmod 3$, koordinat sel (r, c) mana sajakah yang **mungkin** dibuang agar penutupan berhasil?

Jawaban Akhir:

Soal 9. C4 – Menganalisis Isian Singkat **Permainan Grid 2D (*Backward Induction*)**

Sebuah bidak berada di sel $(1, 1)$ pada papan 4×5 (4 baris, 5 kolom). Dua pemain bergantian menggeser bidak 1 langkah ke **kanan**, ke **bawah**, atau **diagonal kanan-bawah**. Pemain yang memindahkan bidak ke pojok $(4, 5)$ **MENANG**.



Isi sel-sel papan di atas dengan label W atau L (mulai dari $(4, 5) = L$). Siapakah pemenangnya, dan ke koordinat (r, c) manakah langkah pertama kemenangan harus diarahkan?

Jawaban Akhir:

Bagian 4: Evaluasi & Kreasi Strategi (C5 – C6)

Soal 10. C5 – Mengevaluasi **Evaluasi Klaim Strategi Simetri**

Dua pemain bermain pada pita $1 \times N$ berisi N petak berjajar. Secara bergantian, tiap pemain mewarnai **1 petak** atau **2 petak bersebelahan** yang masih kosong. Pengambil/pewarna petak terakhir **MENANG**.

Seorang siswa berpendapat: *"Jika N genap, Pemain 2 pasti menang karena ia bisa selalu meniru langkah Pemain 1 secara simetris di sisi berlawanan."*

Evaluasi klaim siswa tersebut! Benar atau salah? Jika salah, rancang strategi kemenangan pasti bagi Pemain 1 untuk semua $N \geq 1$!

Soal 11. C5 – Mengevaluasi Isian Singkat **Monovarian & Jumlah *Swap* Inversi**

Diberikan barisan acak [4, 2, 5, 1, 3]. Operasi yang diperbolehkan: pilih sembarang dua elemen bersebelahan dengan $a_i > a_{i+1}$, lalu tukar posisi keduanya.

(a) Definisikan sebuah **monovarian** yang membuktikan proses ini selalu berhenti dalam keadaan terurut menaik!

(b) Berapakah **tepat banyaknya operasi pertukaran** hingga barisan $[4, 2, 5, 1, 3]$ terurut (terlepas dari urutan pasangan yang kamu pilih)?

Jawaban Akhir:

Soal 12. C6 – Menciptakan **Modifikasi Aturan *Misère* & Kreasi Soal OSN-K**

(a) **Permainan *Misère*:** Pada permainan batu langkah $\{1, 2, 3\}$, aturan dibalik: pemain yang terpaksa mengambil batu **terakhir** justru **KALAH**. Turunkan pola posisi L untuk $n \geq 1$, lalu tentukan pemenang serta langkah pertama kemenangan untuk $N = 2026$!

(b) **Kreasi Soal Orisinal:** Buatlah **1 soal orisinal bertipe OSN-K** bertema *Invarian* atau *Permainan W/L* (dengan modifikasi aturan langkah sendiri) lengkap dengan pembuktian/kunci jawabannya!

"Jika sebuah proses terlihat terlalu rumit untuk disimulasikan, berhentilah menghitung—carilah apa yang TETAP (invarian) atau apa yang selalu BERKURANG (monovarian)."