KUNCI JAWABAN & PANDUAN MENTOR

Modul 3: Algoritma Manual & *Deep Code Tracing* (OSN-K)

Pembahasan Lengkap, Tabel DP/Tracing, dan Analisis Kesalahan Umum

Ringkasan Jawaban Eksak (Quick Reference)

No.	Jawaban	No.	Jawaban
Soal 1	Pangkat 2; `b`; 2 simpul; $V-1$	**Soal 7**	**2005** (Fungsi Josephus)
Soal 2	Durasi: 1 (B); Optimal: 2 (A, C)	**Soal 8**	**505** (Jml nol akhir 2026!)
Soal 3	`x = 11, y = 19`	**Soal 9**	`res = 9, cnt = 4`
Soal 4	**MST = 13**; **Jarak $A \to F$ = 12**	**Soal 10**	Greedy gagal (graf 3–4 simpul)
Soal 5	**12** (Greedy rasio hanya 11)	**Soal 11**	`T(6)=13, calls=25`; memo: 7 & 101
Soal 6	**66** ($\sum\lfloor 20/i \rfloor$)	**Soal 12**	$dp[7] = 41$ (+ fungsi orisinal)

Pembahasan Lengkap

Soal 1. [C1] Identifikasi Sifat *Bitwise* & Graf

(a) **Pangkat 2** (2^k, yaitu $1, 2, 4, 8, \ldots$), karena hanya memiliki tepat satu bit '1'.

(b) `b` (karena `a ^ a = 0` dan `0 ^ b = b`).

(c) **2** simpul berderajat ganjil (satu sebagai titik awal, satu sebagai titik akhir).

(d) $V - 1$ sisi (sifat fundamental pohon).

Soal 2. [C2] Jebakan *Greedy* Penjadwalan

(a) Durasi: $A = 4$, $B = 2$, $C = 4$. Strategi durasi terpendek memilih $B = [4, 6]$ terlebih dahulu. Karena B bertumpuk dengan A dan C, total yang didapat hanya **1 aktivitas**.

(b) Urutan selesai paling awal: $A = [1, 5]$, $B = [4, 6]$, $C = [5, 9]$. Pilih $A = [1, 5]$, lewati B (mulai $4 < 5$), lalu pilih $C = [5, 9] \implies$ **2 aktivitas**! Durasi terpendek gagal karena dapat memotong tepat di persimpangan dua aktivitas lain.

Soal 3. [C3] Evaluasi *Bitwise* — Jawaban: `y = 19`

- $25 = \texttt{11001}_2$, $14 = \texttt{01110}_2 \implies 25 \,\&\, 14 = \texttt{01000}_2 = 8$.
- $12 = \texttt{1100}_2$, $7 = \texttt{0111}_2 \implies 12 \oplus 7 = \texttt{1011}_2 = 11$.
- $x = 8 \mid 11 = \texttt{1000}_2 \mid \texttt{1011}_2 = \texttt{1011}_2 = 11$.
- $x \ll 1 = 22 = \texttt{10110}_2$ dan $x \gg 1 = \lfloor 11/2 \rfloor = 5 = \texttt{00101}_2$.
- $y = 22 \oplus 5 = \texttt{10110}_2 \oplus \texttt{00101}_2 = \texttt{10011}_2 = 16 + 2 + 1 = \mathbf{19}$.

Soal 4. [C3] MST vs. Lintasan Terpendek — Jawaban: MST = 13; Jarak $A \to F$ = 12

(a) **MST (Kruskal):** Urutkan sisi: $(B, C) : 1$ [ambil], $(A, C) : 2$ [ambil], $(D, E) : 2$ [ambil], $(E, F) : 3$ [ambil], $(A, B) : 4$ [siklus A-C-B, lewati], $(D, F) : 4$ [siklus D-E-F, lewati], $(B, D) : 5$ [ambil — selesai 5 sisi!]. Total MST $= 1 + 2 + 2 + 3 + 5 =$ **13**.

(b) **Dijkstra ($A \to F$):** $d(A) = 0 \to d(C) = 2 \to d(B) = 2 + 1 = 3 \to d(D) = 3 + 5 = 8 \to d(E) = 8 + 2 = 10 \to d(F) = \min(d(D) + 4,\ d(E) + 3) = \min(12, 13) =$ **12** (jalur $A \to C \to B \to D \to F$).

Jebakan Umum Siswa (Catat di Error Log)

Perhatikan bahwa sisi $(D, F) : 4$ **tidak** masuk ke MST, tetapi justru menjadi kunci lintasan terpendek $A \to F$! Ini membuktikan MST dan Shortest Path Tree adalah dua hal berbeda.

Soal 5. [C3] 0/1 Knapsack ($W = 7$) — Jawaban: 12

- *Greedy* rasio v/w: $B_1(1{,}80) > B_2(1{,}75) > B_3(1{,}67) > B_4(1{,}00)$. Mengambil $B_1(w = 5, v = 9)$ lalu sisa kapasitas 2 hanya muat $B_4(w = 2, v = 2) \implies 9 + 2 = 11$.
- **Tabel DP Optimal:** Mengambil $B_2(w = 4, v = 7) + B_3(w = 3, v = 5)$ berberat tepat 7 dengan nilai $7 + 5 = \mathbf{12} > 11$!

Soal 6. [C3] Tracing Loop Kelipatan — Jawaban: 66

- Untuk setiap $i \in \{1..20\}$, loop dalam menghitung banyaknya kelipatan i yang ≤ 20, yaitu $\lfloor 20/i \rfloor$.
- ans $= \sum_{i=1}^{20} \lfloor 20/i \rfloor = 20+10+6+5+4+3+\underbrace{2+2+2+2}_{i=7..10}+\underbrace{1+\cdots+1}_{i=11..20} = 48+8+10 =$ **66**.

Soal 7. [C4] Deduksi Rekursi `f(2026)` — Jawaban: 2005

- Hitung tabel nilai kecil:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$f(n)$	**1**	**1**	3	**1**	3	5	7	**1**	3

- Pola jelas terlihat (Fungsi Josephus): nilai kembali ke 1 setiap $n = 2^k$, lalu naik +2 tiap langkah! Rumus tertutup: $f(n) = 2(n - 2^{\lfloor \log_2 n \rfloor}) + 1$.
- Pangkat 2 terbesar ≤ 2026 adalah $2^{10} = 1024$. Maka $f(2026) = 2(2026 - 1024) + 1 = 2(1002) + 1 =$ **2005**.

Soal 8. [C4] Rekursi `h(2026, 5)` — Jawaban: 505

(a) Pembagian bulat berulang dengan 5: $\lfloor 2026/5 \rfloor = 405 \to \lfloor 405/5 \rfloor = 81 \to \lfloor 81/5 \rfloor = 16 \to \lfloor 16/5 \rfloor = 3 \to \lfloor 3/5 \rfloor = 0$.
Total $= 405 + 81 + 16 + 3 =$ **505**.

(b) **Makna Matematis (Rumus Legendre):** `h(n, 5)` menghitung pangkat tertinggi faktor prima 5 yang membagi $n!$, yang sekaligus merupakan **banyaknya angka nol di belakang (*trailing zeros*) dari** $n!$.

Soal 9. [C4] XOR Array & *Popcount* — Jawaban: `res = 9`, `cnt = 4`

- Pada array $\{3, 5, 2, 5, 7, 3, 2, 9, 7\}$, elemen $2, 3, 5, 7$ masing-masing muncul dua kali sehingga saling meniadakan ($a \oplus a = 0$). Tersisa `res` $=$ **9**.
- Kemudian $x = 9 \times 10 = 90 = 64 + 16 + 8 + 2 = 1011010_2$. Loop `x &= (x - 1)` menghapus satu bit '1' tiap iterasi, sehingga `cnt` = jumlah bit 1 pada $90 =$ **4**.

Soal 10. [C5] Audit *Greedy* Lokal pada Lintasan Terpendek

(a) ***Counterexample* 3 simpul (S, A, T):** Buat sisi $(S, A) = 1$, $(A, T) = 100$, dan $(S, T) = 5$. *Greedy lokal* dari S memilih sisi terkecil $(S, A) = 1$ lalu terjebak lewat $(A, T) = 100$ (total **101**). Sebaliknya, **Dijkstra** membandingkan jarak kumulatif

$d(A) = 1$ dan $d(T) = 5$; saat meninjau tetangga A, jarak $1 + 100 = 101 > 5$ diabaikan, sehingga Dijkstra menemukan optimal **5**.

(b) MST meminimalkan *total seluruh sisi* secara global tanpa mengunci satu jalur tunggal (*cut property*), sedangkan jalur $S \to T$ dibatasi oleh sisi lanjutan yang mungkin sangat mahal di belakang.

Soal 11. [C5] Pemanggilan Rekursif vs. *Memoization* — Jawaban: `T(6)=13, calls=25`

(a) Hitung berpasangan $(T(n), c(n))$ dengan $c(0) = c(1) = 1$ dan $c(n) = 1 + c(n-1) + c(n-2)$:

n	0	1	2	3	4	5	**6**
$T(n)$	1	1	2	3	5	8	**13**
`calls`	1	1	3	5	9	15	**25**

(*Cek cepat:* $c(n) = 2T(n) - 1 = 2(13) - 1 = 25$ ✓.)

(b) Dengan *memoization*, setiap submasalah $0 \ldots n$ hanya dihitung **1 kali**: untuk `T(6)` ada **7 *state*** unik, dan untuk `T(100)` hanya **101 *state*** unik—menurunkan kompleksitas dari $O(\phi^n)$ (eksponensial) menjadi $O(n)$ (linear).

Soal 12. [C6] DP *Non-Adjacent Max Sum* — Jawaban: $dp[7] = 41$

(a) Definisikan $dp[i]$ = total nilai maksimal dari rumah $1 \ldots i$.
Transisi: $dp[i] = \max\big(dp[i-1],\ dp[i-2] + a[i]\big)$ (pilih tidak mengambil rumah ke-i, atau mengambil rumah ke-i ditambah optimal hingga $i-2$).

i	1	2	3	4	5	6	**7**
$a[i]$	6	7	1	30	8	2	4
$dp[i]$	6	7	7	37	37	39	**41**

Rumah terpilih: rumah ke-2 (7), ke-4 (30), dan ke-7 (4) $\implies 7 + 30 + 4 = \mathbf{41}$.

(b) **Rubrik Kreasi Soal Tracing (0–4):** (1) Kode sintaks valid dan terminasi terjamin (*base case* jelas), (2) Pola mudah ditemukan untuk n kecil namun tak bisa di-*brute-force* untuk 2026, (3) Jawaban eksak benar, (4) Pembahasan memuat tabel uji n kecil.

Catatan Pelaksanaan Sesi Tatap Muka (90–120 Menit)

- **Menit 0–35:** Paparan `modul3_algoritma_slides.pdf`; minta siswa mengisi tabel DP 3×3 dan menebak keluaran `f(2026)` secara langsung sebelum membuka rumus!
- **Menit 35–95:** Pengerjaan mandiri `modul3_algoritma_worksheet.pdf` (wajib tanpa komputer/kalkulator).
- **Menit 95–120:** Fokuskan diskusi pada **Soal 4** (MST vs. Dijkstra), **Soal 7** (menemukan pola Josephus), dan **Soal 11** (menghitung jumlah panggilan rekursi $2T(n) - 1$).