KUNCI JAWABAN & PEMBAHASAN

Simulasi Ujian OSN-K v2 (30 Soal Standar Aktual)

Bimbingan OSN Informatika — Universitas Bengkulu

Tabel Kunci Jawaban Cepat (Soal 1 – 30)

No	Kunci	Mod	No	Kunci	Mod	No	Kunci	Mod
1	**(C) 8**	M1	11	**(D) 49**	M1	21	**(E) P2 Menang**	M2
2	**(B) 194**	M1	12	**(C) 21**	M1	22	**(B)** `(x&(x-1))==0`	M3
3	**420**	M1	13	**(A)**	M2	23	**35**	M3
4	**1800**	M1	14	**(A)** P	M2	24	**13** $(7+6)$	M3
5	**220**	M1	15	**229**	M2	25	**16**	M3
6	**(C) 80**	M1	16	**(D) Tak mungkin**	M2	26	**(B) 2**	M3
7	**28**	M1	17	**2**	M2	27	**165**	M3
8	**21**	M1	18	**2**	M2	28	**38**	M3
9	**(C) 9**	M1	19	**(A) Hanya Merah**	M2	29	**9**	M3
10	**19**	M1	20	**11**	M2	30	**(C) (17, 25)**	M3

Pembahasan Bagian A: Kombinatorika & Matematika Diskrit (Soal 1 – 12)

1. (C) 8. Pohon dengan $V = 12$ simpul memiliki tepat $V - 1 = 11$ sisi. Sisi yang harus dihapus $= 19 - 11 = \mathbf{8}$.

2. (B) 194. Komplemen: $\binom{10}{4} - \binom{6}{4} - \binom{4}{4} = 210 - 15 - 1 = \mathbf{194}$.

3. 420. *Casework* digit satuan: (i) satuan $= 0 \implies 6 \times 5 \times 4 \times 1 = 120$; (ii) satuan $\in \{2, 4, 6\} \implies 5 \times 5 \times 4 \times 3 = 300$. Total $= 120 + 300 = \mathbf{420}$.

4. 1800. Total anagram `OSNUNIB` (2 huruf `N` identik): $7!/2! = 2520$. Kasus `NN` bersebelahan (ikat jadi 1 blok): $6! = 720$. Valid $= 2520 - 720 = \mathbf{1800}$ (atau *Gap Method*: $5! \times \binom{6}{2} = 120 \times 15 = 1800$).

5. 220. *Stars and Bars* setelah membagikan syarat minimum $(4 + 2 + 2 + 1 = 9)$: sisa 9 permen untuk 4 anak $\implies \binom{9+4-1}{3} = \binom{12}{3} = \mathbf{220}$.

6. (C) 80. PIE pada $\{1..300\}$: $300 - (150 + 100 + 60) + (50 + 30 + 20) - 10 = \mathbf{80}$.

7. 28. *Stars and Bars* + PIE: total $\binom{14}{2} = 91$, dikurangi pelanggaran ≥ 1 variabel ($x_i \geq 7 \Rightarrow$ sisa 5): $3 \times \binom{7}{2} = 63$, pelanggaran ≥ 2 variabel $= 0$. Valid $= 91 - 63 = \mathbf{28}$. (Cek simetri $y_i = 6 - x_i \implies y_1 + y_2 + y_3 = 6 \implies \binom{8}{2} = 28$ ✓.)

8. 21. Bagi $\{1..40\}$ ke dalam 5 kelas modulo 5 (masing-masing 8 bilangan, terbagi menjadi 4 pasangan berselisih 5, mis. $\{1, 6\}, \{11, 16\}, \{21, 26\}, \{31, 36\}$). Total ada $5 \times 4 = 20$ sarang pasangan. Maksimal 20 bilangan dapat diambil tanpa selisih 5; menurut PHP, bilangan ke-**21** pasti memicu selisih 5.

9. (C) 9. *Derangement* $D_4 = 4!\left(1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} + \frac{1}{24}\right) = 12 - 4 + 1 = \mathbf{9}$.

10. 19. PIE Grid $(0, 0) \to (4, 4)$: Total $\binom{8}{4} = 70$. Lewat $A(1, 2)$: $\binom{3}{1}\binom{5}{2} = 30$. Lewat $B(3, 2)$: $\binom{5}{2}\binom{3}{1} = 30$. Lewat keduanya $A \to B$: $\binom{3}{1}\binom{2}{0}\binom{3}{1} = 9$. Valid $= 70 - 30 - 30 + 9 = \mathbf{19}$.

11. (D) 49. Pola $7^k \bmod 100$: $07, 49, 43, 01$ (berperiode 4). Karena $2026 \equiv 2 \pmod 4$, maka $7^{2026} \equiv 7^2 = \mathbf{49} \pmod{100}$.

12. (C) 21. Rekurensi *tiling* $2 \times n$: $f(n) = f(n-1) + f(n-2)$ dengan $f(1) = 1, f(2) = 2 \implies 1, 2, 3, 5, 8, 13, \mathbf{21}$.

Pembahasan Bagian B: Logika, Invarian, & Permainan (Soal 13 – 21)

13. (A). Negasi dari $P \Rightarrow Q$ adalah $P \wedge \neg Q$. Negasi "ada yang tidak lupa" adalah "semua lupa".

14. (A) P. R ("S juara") dan S ("R bohong") saling berlawanan, sehingga 1 orang jujur pasti di $\{R, S\}$. Maka P dan Q pasti bohong. Karena P ("Bukan saya") bohong $\implies$ P **juaranya** (sehingga S jujur).

15. 229. Setiap operasi menaikkan total jumlah papan sebesar $+1$. Jumlah awal $= \frac{20 \times 21}{2} = 210$. Setelah 19 langkah $= 210 + 19 = \mathbf{229}$.

16. (D). Banyak koin Gambar awalnya 0 (genap). Membalik 4 koin selalu mengubah jumlah Gambar sebesar $+4, +2, 0, -2$, atau -4 (tetap genap). Target 15 (ganjil) mustahil dicapai.

17. 2. Untuk langkah $\{1, 2, 4\}$: $0(L), 1(W), 2(W), 3(L), 4(W), 5(W), 6(L) \implies$ periode 3 ($L \iff n \equiv 0 \pmod 3$). Karena $98 \equiv 2 \pmod 3$, langkah kemenangan unik Pemain 1 adalah mengambil **2 batu** ($\to 96$).

18. 2. *Nim-sum*: $5 \oplus 7 \oplus 10 \oplus 14 = 0101 \oplus 0111 \oplus 1010 \oplus 1110 = 0110_2 = 6$. Cek $p \oplus 6 < p$: $5 \oplus 6 = 3$ (**ambil 2**), $7 \oplus 6 = 1$ (ambil 6), $14 \oplus 6 = 8$ (ambil 6). Minimal = **2** batu.

19. (A) Hanya Merah. $(M, H, B) = (10, 12, 15) \equiv (1, 0, 0) \pmod 3$. Hanya $H \equiv B \pmod 3$, sehingga hanya **Merah** yang mungkin tersisa.

20. 11. Monovarian jumlah inversi pada $[6, 3, 5, 1, 4, 2]$: 5 (dari 6) +2 (dari 3) +3 (dari 5) +0 (dari 1) +1 (dari 4) = **11** operasi.

21. (E) Pemain 2 menang. Pada *Misère* $\{1, 2, 3, 4\}$, posisi $L \iff n \equiv 1 \pmod 5$. Karena $2026 = 5 \times 405 + 1 \equiv 1 \pmod 5$, maka posisi awal adalah $L \implies$ **Pemain 2 pasti menang**.

Pembahasan Bagian C: Algoritma Manual & Deep Code Tracing (Soal 22 – 30)

22. (B). `(x & (x - 1)) == 0` bernilai benar khusus untuk bilangan pangkat 2 ($64 = 2^6$, sedangkan 48 bukan).

23. 35. $19|10 = 10011_2|01010_2 = 11011_2 = 27$; $a = 27 \,\&\, 23 = 10011_2 = 19$. Lalu $a \oplus 12 = 10011_2 \oplus 01100_2 = 31$ dan $a \gg 2 = 4 \implies z = 31 + 4 = \mathbf{35}$.

24. 13. **MST** Kruskal: $(A, C) : 1, (D, E) : 1, (B, D) : 2, (A, B) : 3 \implies \mathbf{7}$. **Dijkstra** $A \to E$: jalur $A \to B(3) \to D(5) \to E(\mathbf{6})$ lebih pendek daripada $A \to C(1) \to E(8)$. Total $= 7 + 6 = \mathbf{13}$.

25. 16. *Greedy* rasio mengambil $B_1(5, 11) + B_4(3, 4) = 15$, sedangkan DP optimal mengambil $B_2(4, 8) + B_3(4, 8) = \mathbf{16}$.

26. (B) 2. *Greedy* memilih $9 + 1 + 1 = 3$ koin; optimal DP memilih $5 + 6 = \mathbf{2}$ koin.

27. 165. Jumlah selisih $d = j - i$ untuk $d = 1..9$: muncul sebanyak $(10 - d)$ kali $\implies \sum_{d=1}^{9} d(10-d) = 9 + 16 + 21 + 24 + 25 + 24 + 21 + 16 + 9 = \mathbf{165}$ (atau $\binom{11}{3} = 165$).

28. 38. Fungsi $p(n) = \lfloor \log_2 n \rfloor$. Maka $q(16) = \sum_{n=1}^{16} \lfloor \log_2 n \rfloor = 1(0) + 2(1) + 4(2) + 8(3) + 1(4) = 0 + 2 + 8 + 24 + 4 = \mathbf{38}$.

29. 9. Fungsi `r(a, b)` adalah *binary exponentiation* menghitung $a^b \bmod 10$. Siklus $3^k \bmod 10$: $3, 9, 7, 1$ (periode 4). Karena $2026 \equiv 2 \pmod 4$, maka $3^{2026} \equiv 3^2 = \mathbf{9} \pmod{10}$.

30. (C) (17, 25). Tabel $(W(n), \text{cnt}(n))$ dengan basis $n \le 2 \Rightarrow (1, 1)$ dan $\text{cnt}(n) = 1 + \text{cnt}(n-1) + \text{cnt}(n-2) + \text{cnt}(n-3)$: $n = 3 : (3, 4)$; $n = 4 : (5, 7)$; $n = 5 : (9, 13)$; $n = 6 : (\mathbf{17}, \mathbf{25})$. (Cek pohon 3-ary penuh: $\text{cnt} = \frac{3W(n)-1}{2} = \frac{50}{2} = 25$ ✓.)